

# Musterlösung Übungszettel Frametheorie

A

1)

$$F_1 \begin{bmatrix} t_3 \\ F: [1]d \\ H: [1] \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Dom}} \begin{bmatrix} t_5 \\ F: [1]d \\ H: [1] \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Ran}} \begin{bmatrix} t_5 \\ F: [1]e \\ H: [1] \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{fill}} \begin{bmatrix} t_5 \\ F: [1]e \\ H: [1] \\ G: T \end{bmatrix}$$

$$F_2 \begin{bmatrix} t_2 \\ F: a \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Dom}} \begin{bmatrix} t_2 \\ F: a \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Ran}} \begin{bmatrix} t_2 \\ F: f \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{fill}} \begin{bmatrix} t_2 \\ F: f \end{bmatrix}$$

$$F_3 \begin{bmatrix} t_2 \\ F: T \\ G: T \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Dom}} \begin{bmatrix} t_4 \\ F: T \\ G: T \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Ran}} \begin{bmatrix} t_4 \\ F: f \\ G: b \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{fill}} \begin{bmatrix} t_4 \\ F: f \\ G: b \end{bmatrix}$$

$$F_4 \begin{bmatrix} t_5 \\ F: T \\ G: t_5 \\ H: T \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Dom}} \begin{bmatrix} t_5 \\ F: T \\ G: t_5 \\ H: T \end{bmatrix} \rightarrow \text{Ran scheitert, da } G: t_5 \text{ nicht durch die Typsignatur lizenziert ist.}$$

2)

$$a) \begin{bmatrix} t_3 \\ F: [1]d \\ H: [1] \end{bmatrix} \sqcup \begin{bmatrix} t_2 \\ F: a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_6 \\ F: [1]e \\ H: [1] \end{bmatrix}$$

$$b) \begin{bmatrix} t_6 \\ F: [1]e \\ H: [1] \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Dom}} \begin{bmatrix} t_7 \\ F: [1]e \\ H: [1] \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Ran}} \begin{bmatrix} t_7 \\ F: [1]e \\ H: [1] \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{fill}} \begin{bmatrix} t_7 \\ F: [1]e \\ H: [1] \\ G: b \end{bmatrix} = \text{TWT} \left( \begin{bmatrix} t_6 \\ F: [1]e \\ H: [1] \end{bmatrix} \right)$$

$$c) \begin{bmatrix} t_3 \\ F: [1]d \\ H: [1] \end{bmatrix} \sqcup \begin{bmatrix} t_2 \\ F: T \\ G: T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_6 \\ F: [1]d \\ H: [1] \\ G: T \end{bmatrix}$$

$$d) \begin{bmatrix} t_6 \\ F: [1]d \\ H: [1] \\ G: T \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Dom}} \begin{bmatrix} t_7 \\ F: [1]d \\ H: [1] \\ G: T \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Ran}} \begin{bmatrix} t_7 \\ F: [1]e \\ H: [1] \\ G: T \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{fill}} \begin{bmatrix} t_7 \\ F: [1]e \\ H: [1] \\ G: b \end{bmatrix}$$

B)

1) nein

Bsp.  $\begin{bmatrix} t_2 \\ F:b \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} t_3 \\ F:c \end{bmatrix}$  mit Typsignatur aus A):

$$\textcircled{1} \text{TWT} \left( \begin{bmatrix} t_2 \\ F:b \end{bmatrix} \sqcup \begin{bmatrix} t_3 \\ F:c \end{bmatrix} \right) = \text{TWT} \left( \begin{bmatrix} t_6 \\ F:d \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} t_6 \\ F:e \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{2} \text{TWT} \left( \begin{bmatrix} t_2 \\ F:b \end{bmatrix} \right) \sqcup \text{TWT} \left( \begin{bmatrix} t_3 \\ F:c \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} t_2 \\ F:b \end{bmatrix} \sqcup \begin{bmatrix} t_3 \\ F:c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_6 \\ F:d \end{bmatrix} \neq$$

2) ja

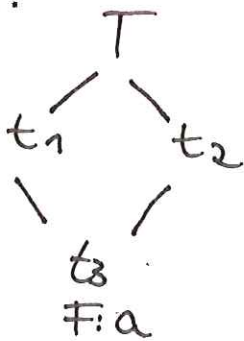
3) ja

4) ja

5) nein, da  $\text{TWT}(F)$  scheitern kann

6) nein,

Bsp.:



$$\text{TWT} \left( \begin{bmatrix} t_1 \\ F:T \end{bmatrix} \right) \subseteq \text{TWT} \left( \begin{bmatrix} t_2 \\ F:T \end{bmatrix} \right)$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{bmatrix} t_3 \\ F:a \end{bmatrix} \subseteq \begin{bmatrix} t_3 \\ F:a \end{bmatrix}$$

ABER:  $\begin{bmatrix} t_1 \\ F:T \end{bmatrix} \not\subseteq \begin{bmatrix} t_2 \\ F:T \end{bmatrix}$

7) ja, aber nur, wenn  $\text{TWT}(F)$  existiert

IV

a)  $\begin{bmatrix} t_6 \\ G:T \end{bmatrix}$

b)  $\begin{bmatrix} t_1 \\ H:c \end{bmatrix}$

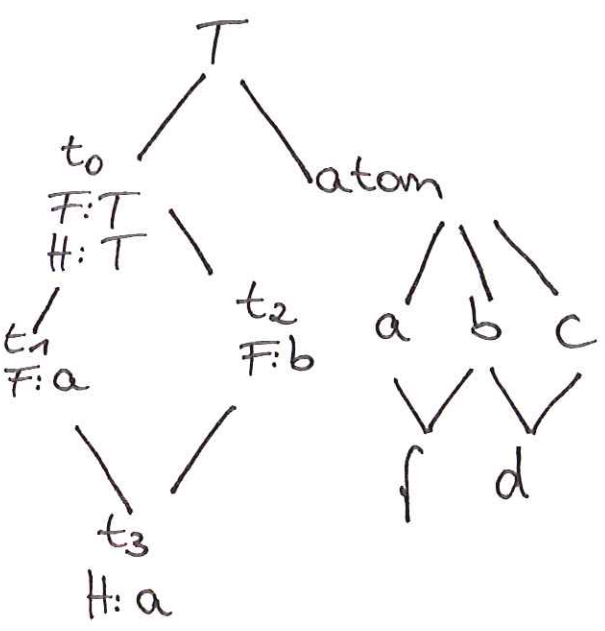
c) Die Funktion  $\text{fill}()$  ist als totale Funktion definiert.

V Zusatz

a) für die Typsignatur aus C):

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ H:b \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} t_3 \\ H:c \end{bmatrix}$$

b)



[1)  $\begin{bmatrix} t_1 \\ F:a \\ H:b \end{bmatrix} \sqcup \begin{bmatrix} t_2 \\ F:b \\ H:c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_3 \\ F:f \\ H:d \end{bmatrix}$  TWT scheitert

[2)  $\begin{bmatrix} t_1 \\ H:b \end{bmatrix} \sqcup \begin{bmatrix} t_2 \\ H:c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_3 \\ H:d \end{bmatrix}$  TWT scheitert

[3)  $\begin{bmatrix} t_1 \\ H:b \\ F:T \end{bmatrix} \sqcup \begin{bmatrix} t_2 \\ H:c \\ F:T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_3 \\ H:d \\ F:T \end{bmatrix}$  TWT scheitert