

Einführung in die Computerlinguistik – Chomskyhierarchie

Dozentin: Wiebke Petersen

12.1.2010

Wiederholung: Von kontextfreien Grammatiken zu Kellerautomaten

- Für das Akzeptieren einer kontextfreien Sprache genügt ein Kellerautomat mit nur zwei Zuständen, wobei die einzige Aufgabe des Startzustands darin besteht, das Startsymbol S der Grammatik in den Keller zu legen.

Wiederholung: Von kontextfreien Grammatiken zu Kellerautomaten

- Für das Akzeptieren einer kontextfreien Sprache genügt ein Kellerautomat mit nur zwei Zuständen, wobei die einzige Aufgabe des Startzustands darin besteht, das Startsymbol S der Grammatik in den Keller zu legen.
- Während der eigentlichen Rechnung befindet sich der Automat permanent in dem selben Zustand (dem Nichtstartzustand), die Rechnung findet nur in dem Keller statt.

Wiederholung: Von kontextfreien Grammatiken zu Kellerautomaten

- Für das Akzeptieren einer kontextfreien Sprache genügt ein Kellerautomat mit nur zwei Zuständen, wobei die einzige Aufgabe des Startzustands darin besteht, das Startsymbol S der Grammatik in den Keller zu legen.
- Während der eigentlichen Rechnung befindet sich der Automat permanent in dem selben Zustand (dem Nichtstartzustand), die Rechnung findet nur in dem Keller statt.
- Der konstruierte Automat vollzieht zwei verschiedene Arbeitsschritte:
 - Nicht-Leseschritt mit Bezug auf Grammatikregel $B \rightarrow \beta$: Ersetze die Kellerspitze B mit β
 - Leseschritte:
Lies ein $a \in T$ der Eingabekette und entferne a von der Kellerspitze.

Wiederholung: Formale Grammatik

Definition

Eine **formale Grammatik** ist ein 4-Tupel $G = (N, T, S, P)$ aus

- einem Alphabet von Terminalsymbolen T (häufig auch Σ)
- einem Alphabet von Nichtterminalsymbolen N mit $N \cap T = \emptyset$
- einem Startsymbol $S \in N$
- einer Menge von Regeln/Produktionen
 $P \subseteq \{\langle \alpha, \beta \rangle \mid \alpha, \beta \in (N \cup T)^* \text{ und } \alpha \notin T^*\}$.

Für eine Regel $\langle \alpha, \beta \rangle$ schreiben wir auch $\alpha \rightarrow \beta$.

Formale Grammatiken werden auch **Typ0-** oder **allgemeine Regelgrammatiken** genannt.

Chomskyhierarchie

- Wenn man die Form der Regeln einschränkt erhält man Teilmengen der Menge aller durch eine Grammatik erzeugten Sprachen.

Chomskyhierarchie

- Wenn man die Form der Regeln einschränkt erhält man Teilmengen der Menge aller durch eine Grammatik erzeugten Sprachen.
- Die Chomskyhierarchie ist eine Hierarchie über die Regelbedingungen (den verschiedenen Sprachklassen entsprechen Einschränkungen über die rechten und linken Regelseiten).

Chomskyhierarchie

- Wenn man die Form der Regeln einschränkt erhält man Teilmengen der Menge aller durch eine Grammatik erzeugten Sprachen.
- Die Chomskyhierarchie ist eine Hierarchie über die Regelbedingungen (den verschiedenen Sprachklassen entsprechen Einschränkungen über die rechten und linken Regelseiten).
- Die Chomskyhierarchie reflektiert eine spezielle Form der Komplexität, andere Kriterien sind denkbar und führen zu anderen Hierarchien.

Chomskyhierarchie

- Wenn man die Form der Regeln einschränkt erhält man Teilmengen der Menge aller durch eine Grammatik erzeugten Sprachen.
- Die Chomskyhierarchie ist eine Hierarchie über die Regelbedingungen (den verschiedenen Sprachklassen entsprechen Einschränkungen über die rechten und linken Regelseiten).
- Die Chomskyhierarchie reflektiert eine spezielle Form der Komplexität, andere Kriterien sind denkbar und führen zu anderen Hierarchien.
- Die Sprachklassen der Chomskyhierarchie sind in der Informatik intensiv untersucht worden (Berechnungskomplexität, effektive Parser).

Chomskyhierarchie

- Wenn man die Form der Regeln einschränkt erhält man Teilmengen der Menge aller durch eine Grammatik erzeugten Sprachen.
- Die Chomskyhierarchie ist eine Hierarchie über die Regelbedingungen (den verschiedenen Sprachklassen entsprechen Einschränkungen über die rechten und linken Regelseiten).
- Die Chomskyhierarchie reflektiert eine spezielle Form der Komplexität, andere Kriterien sind denkbar und führen zu anderen Hierarchien.
- Die Sprachklassen der Chomskyhierarchie sind in der Informatik intensiv untersucht worden (Berechnungskomplexität, effektive Parser).
- Für Linguisten ist die Chomsky Hierarchie besonders interessant, da sie die Form der Regeln zentral stellt, und somit Aussagen über Grammatikformalisten zuläßt.

Noam Chomsky



Noam Chomsky

(* 7.12.1928, Philadelphia)

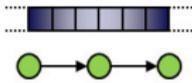
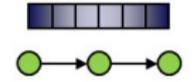
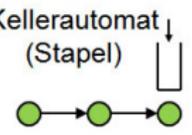
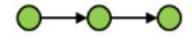
Noam Chomsky, *Three Models for the Description of Language*,
IRE Transactions on Information Theory (1956).

Chomsky-Hierarchie (grober Überblick)

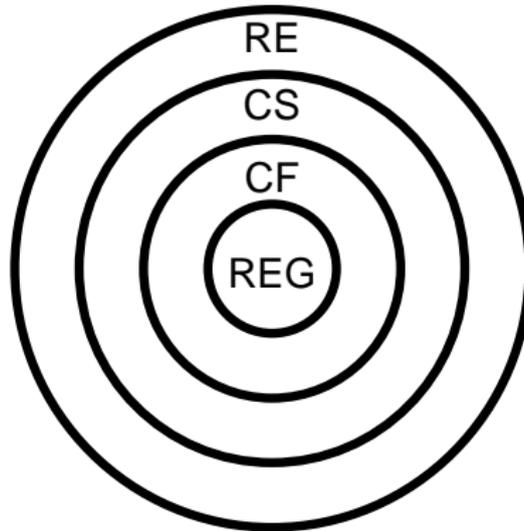
allgemeine Regelsprachen recursively enumerable languages	Typ 0, RE	$\alpha \rightarrow \beta$	
kontextsensitive Sprachen context-sensitive languages	Typ 1, CS	$\alpha A \nu \rightarrow \alpha \beta \nu$	$a^n b^n c^n, ww,$ $a^n b^m c^n d^m$
kontextfreie Sprachen (context-free languages)	Typ 2, CF	$A \rightarrow \beta$	$a^n b^n, w^R w$
reguläre Sprachen (regular languages)	Typ 3, REG	$A \rightarrow bA$ $A \rightarrow a$	$a^* b^*$

$a \in T, A \in N, \alpha, \beta, \dots \in (N \cup T)^*, S$ Startsymbol

Chomsky-Hierarchie & Automaten

<i>Sprache</i>	<i>Automat</i>	<i>Grammatik</i>	<i>Erkennung</i>	<i>Abhängigkeit</i>
rekursiv aufzählbar	Turing Maschine 	unbeschränkt $Baa \rightarrow \varepsilon$	unentscheidbar	beliebig
kontext- sensitiv	linear gebunden 	kontext- sensitiv $\gamma A \delta \rightarrow \gamma \beta \delta$	NP-vollständig 	überkreuzt 
kontext- frei	Kellerautomat (Stapel) 	kontextfrei $C \rightarrow bABa$	polynomiell 	eingebettet 
regulär	endlicher Automat 	regulär $A \rightarrow bA$	linear 	strikt lokal 

Chomskyhierarchie: Hauptsatz

$$\text{REG} \subset \text{CF} \subset \text{CS} \subset \text{RE}$$


NL $\not\subseteq$ CF: Shieber 1985

Nebensatzeinbettung im Schweizerdeutschen

- Jan säit das
 mer d'chind em Hans es huus lönd hälfe aastriche
 wir die Kinder-AKK Hans-DAT das Haus-AKK ließen helfen anstreichen
 NP₁ NP₂ NP₃ VP₁ VP₂ VP₃ "cross serial dependencies"
 
- *mer d'chind de Hans es huus lönd hälfe aastriche
 wir die Kinder-AKK Hans-AKK das Haus-AKK ließen helfen anstreichen

Nebensatzeinbettung im Deutschen

- weil er die Kinder dem Hans das Haus streichen helfen ließ
 NP₁ NP₂ NP₃ VP₃ VP₂ VP₁ "nested dependencies"
 

Das Schweizerdeutsche ist keine kontextfreie Sprache!

Abschlusseigenschaften formaler Sprachen

	Typ3	Typ2	Typ1	Typ0
Vereinigung	+	+	+	+
Schnittmenge	+	-	+	+
Komplement	+	-	+	-
Konkatenation	+	+	+	+
Stern von Kleene	+	+	+	+
Schnitt mit regulärer Sprache	+	+	+	+

Vokabular zur Theorie der Entscheidbarkeit

Algorithmus: Eine aus endlich vielen Schritten bestehende Verarbeitungsvorschrift, die, mechanisch angewandt zur Lösung eines Problems führt.

Entscheidbarkeit: Ein Problem ist entscheidbar, wenn ein Algorithmus existiert, der bei Eingabe einer Instanziierung des Problems nach endlich vielen Schritten angibt, ob dieses lösbar ist oder nicht.

Entscheidbarkeitsprobleme

Gegeben: Grammatiken $G = (N, \Sigma, S, P)$, $G' = (N', \Sigma, S', P')$, Wort $w \in \Sigma^*$

Wortproblem Ist w in G ableitbar?

Leerheitsproblem Erzeugt G eine nichtleere Sprache?

Äquivalenzproblem Erzeugen G und G' die gleichen Sprachen
($L(G) = L(G')$)?

Ergebnisse zu Entscheidungsproblemen

	Typ3	Typ2	Typ1	Typ0
Wortproblem	E	E	E	U
Leerheitsproblem	E	E	U	U
Äquivalenzproblem	E	U	U	U

E steht für entscheidbar

U steht für unentscheidbar

Übung

Überlegen Sie sich, warum das Wort- und das Leerheitsproblem für reguläre Sprachen entscheidbar ist (argumentieren Sie mit endlichen Automaten).

Hausaufgabe (Abgabe 19.1.2010)

- 1 Geben Sie zu der kontextfreien Grammatik G einen Kellerautomaten an, der die von der Grammatik erzeugte Sprache akzeptiert. Erklären Sie in Einzelschritten, wie der Automat das Wort acb verarbeitet.
 $G = (\{S, C\}, \{a, b, c\}, S, \{S \rightarrow aSb, S \rightarrow C, C \rightarrow cC, C \rightarrow \epsilon\})$
- 2 Arbeiten Sie das Modul Turingmaschinen von der Seite <http://www.xplora.org/downloads/Knoppix/MathePrisma/Start/Module/Turing/index.htm> bis einschließlich dem Abschnitt über Programme (Seite 10/17) durch.