

Übungen zu regulären Sprachen

1. (a) Worin unterscheidet sich die formale Definition von deterministischen und nichtdeterministischen endlichen Automaten?
(b) Wie erkennt man, ob ein endlicher Automat deterministisch ist?
(c) Wann akzeptiert ein endlicher Automat ein Wort?

2. Sei $\langle Q, \Sigma, \delta, S, F \rangle$ ein endlicher Automat mit

- $Q = \{q_0, q_1\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $\delta = \{(q_0, b, q_0), (q_0, a, q_1), (q_1, b, q_1), (q_1, a, q_0)\}$
- $S = q_0$
- $F = \{q_0\}$

- (a) Zeichnen Sie den endlichen Automaten.
- (b) Geben Sie eine rechtslineare Grammatik an, die die Sprache generiert, die von dem Automaten akzeptiert wird.
- (c) Geben Sie den regulären Ausdruck der Sprache an, die von dem Automaten akzeptiert wird.

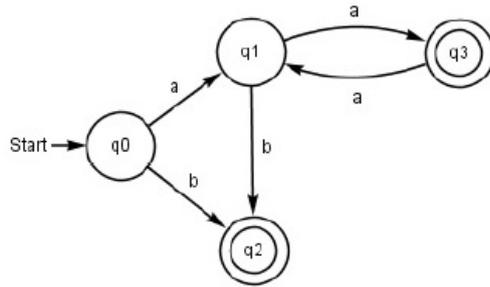
3. Gegeben sei folgende rechtslineare Grammatik:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aB \\ B &\rightarrow bA \\ B &\rightarrow \epsilon \\ A &\rightarrow aB \\ A &\rightarrow \epsilon \end{aligned}$$

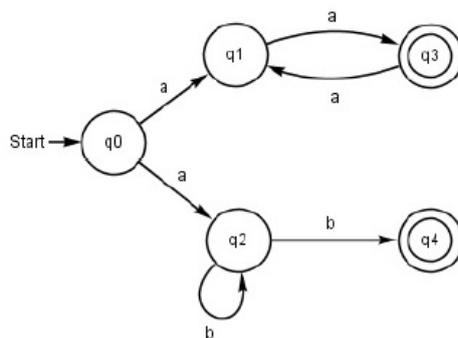
- (a) Geben Sie einen endlichen Automaten an, der die Sprache akzeptiert, die von der Grammatik generiert wird.
- (b) Stellen Sie den endlichen Automaten formal als 5-Tupel dar.
- (c) Geben Sie den regulären Ausdruck der Sprache an, die von der Grammatik generiert wird.
- (d) Wählen Sie ein Wort der Länge 5, das von der Grammatik generiert wird und zeichnen Sie den Ableitungsbaum.

- (e) Zeigen Sie, daß das Wort der Länge 5 von dem Automaten akzeptiert wird, indem Sie eine Sequenz von Situationen angeben, so daß jede Situation in einem Schritt aus ihrem Vorgänger produziert werden kann.

4. Gegeben sei folgender endlicher Automat:

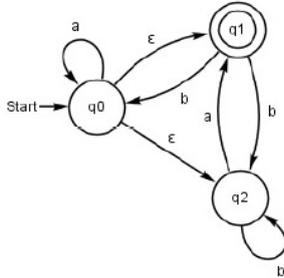


- (a) Stellen Sie den endlichen Automaten formal als 5-Tupel dar.
 (b) Beschreiben sie die von dem Automaten akzeptierte Sprache verbal.
5. Zeichnen Sie einen endlichen Automaten, der die Sprache $L(ab^*a)$ akzeptiert.
6. Zeichnen Sie einen endlichen Automaten, der die Sprache akzeptiert, die aus allen Wörtern über dem Alphabet $\{a, b\}$ außer dem Wort bab besteht.
7. Gegeben sei folgender nichtdeterministischer endlicher Automat:



- (a) Zeichnen Sie einen deterministischen endlichen Automaten, der dieselbe Sprache akzeptiert.
 (b) Geben Sie den regulären Ausdruck der Sprache an, die von dem Automaten akzeptiert wird.

8. Gegeben sei folgender endlicher Automat mit ϵ -Übergängen:



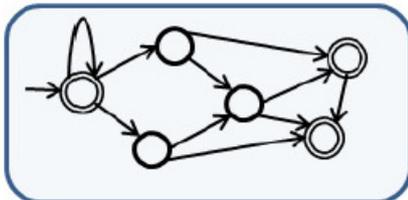
(a) Zeichnen Sie einen endlichen Automaten ohne ϵ -Übergänge, der dieselbe Sprache akzeptiert.

9. Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$ nicht regulär ist.

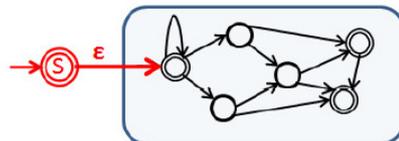
10. Zeigen Sie mit dem Pumpinglemma für reguläre Sprachen, dass die Sprache $L = \{a^n b a^n \mid n \geq 0\}$ nicht regulär ist.

Hinweis zur Konstruktion rechtslinearer Grammatiken aus endlichen Automaten

Beim Ablezen einer rechtslinearen Grammatik aus einem endlichen Automaten entsteht immer dann ein Problem, wenn der Startzustand des Automaten einerseits ein Endzustand ist und andererseits eingehende Kanten hat (vergleiche folgendes Bild).



Dieses Problem lässt sich lösen, indem man einen neuen Startzustand hinzufügt und diesen mit einem ϵ -Übergang mit dem alten Startzustand verbindet (vergleiche folgendes Bild).



Anschließend muss noch der ϵ -Übergang entfernt werden. Dann kann eine rechtslineare Grammatik der von dem Ausgangsautomaten akzeptierten Sprache abgelesen werden.