Einführung in die Computerlinguistik – Chomskyhierarchie

Dozentin: Wiebke Petersen

14. Foliensatz

Wiederholung: Formale Grammatik

Definition

Eine formale Grammatik ist ein 4-Tupel $G = (N, T, S, P)$ aus

- *einem Alphabet von Terminalsymbolen T (häufig auch Σ)*
- *einem Alphabet von Nichtterminalsymbolen N mit $N \cap T = \emptyset$*
- *einem Startsymbol $S \in N$*
- *einer Menge von Regeln/Produktionen*
  $P \subseteq \{\langle \alpha, \beta \rangle \mid \alpha, \beta \in (N \cup T)^* \; und \; \alpha \notin T^*\}$.

Für eine Regel $\langle \alpha, \beta \rangle$ schreiben wir auch $\alpha \rightarrow \beta$.

Chomskyhierarchie

- Wenn man die Form der Regeln einschränkt erhält man Teilmengen der Menge aller durch eine Grammatik erzeugten Sprachen.
- Die Chomskyhierarchie ist eine Hierarchie über die Regelbedingungen (den verschiedenen Sprachklassen entsprechen Einschränkungen über die rechten und linken Regelseiten).
- Die Chomskyhierarchie reflektiert eine spezielle Form der Komplexität, andere Kriterien sind denkbar und führen zu anderen Hierarchien.
- Die Sprachklassen der Chomskyhierarchie sind in der Informatik intensiv untersucht worden (Berechnungskomplexität, effektive Parser).
- Für Linguisten ist die Chomsky Hierarchie besonders interessant, da sie die Form der Regeln zentral stellt, und somit Aussagen über Grammatikformalismen zuläßt.

Noam Chomsky

Noam Chomsky
(∗ 7.12.1928, Philadelphia)
Noam Chomsky, *Three Models for the Description of Language*,
IRE Transactions on Information Theory (1956).

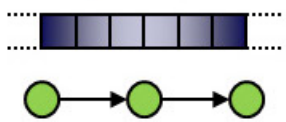
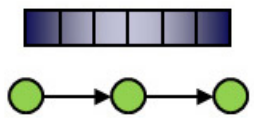
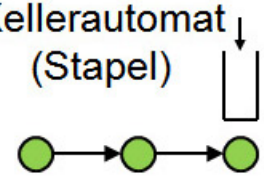
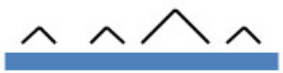
Chomsky-Hierarchie (grober Überblick)

allgemeine Regelsprachen recursively enumerable languages	Typ 0, RE	$\alpha \rightarrow \beta$	
kontextsensitive Sprachen context-sensitive languages	Typ 1, CS	$\beta A \gamma \rightarrow \beta \delta \gamma$	$a^n b^n c^n$, ww, $a^n b^m c^n d^m$
kontextfreie Sprachen (context-free languages)	Typ 2, CF	$A \rightarrow \beta$	$a^n b^n$, $w^R w$
reguläre Sprachen (regular languages)	Typ 3, REG	$A \rightarrow aB$ $A \rightarrow a$	$a^* b^*$

$a, b \in T$, $A, B \in N$, $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in (N \cup T)^*$ und $\alpha \notin T^*$

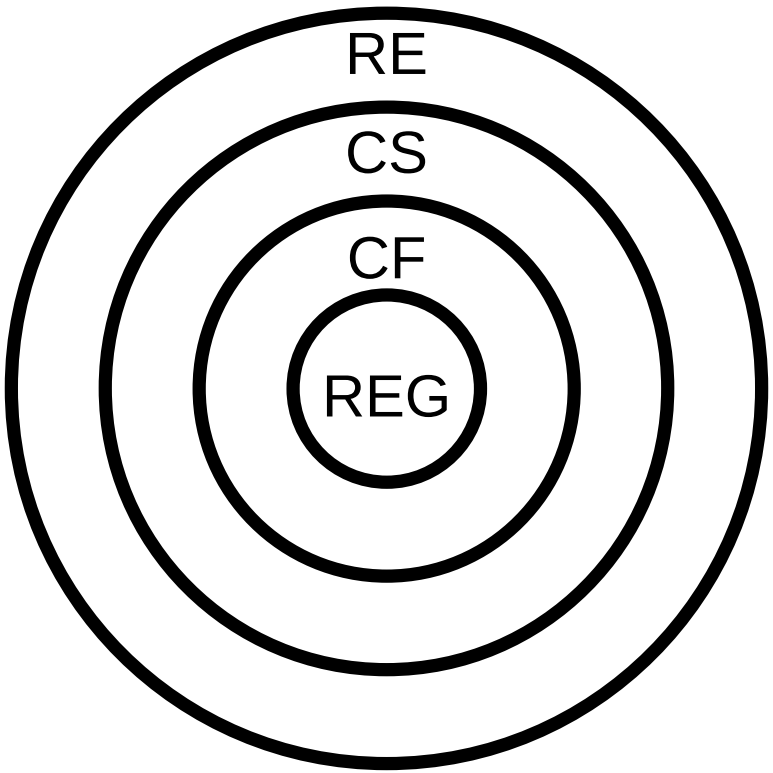
Übung: Geben Sie eine Beispielregel für eine Grammatik jeder Sprachklasse an, die nicht Regel einer Grammatik einer schwächeren Klasse sein kann.

Chomsky-Hierarchie & Automaten

Sprache	*Automat*	*Grammatik*	*Erkennung*	*Abhängigkeit*
rekursiv aufzählbar	Turing Maschine 	unbeschränkt $Baa \rightarrow \varepsilon$	unentscheidbar	beliebig
kontext-sensitiv	linear gebunden 	kontext-sensitiv $\gamma A \delta \rightarrow \gamma \beta \delta$	NP-vollständig 	überkreuzt 
kontext-frei	Kellerautomat (Stapel) 	kontextfrei $C \rightarrow bABa$	polynomiell 	eingebettet 
regulär	endlicher Automat 	regulär $A \rightarrow bA$	linear 	strikt lokal 

Chomskyhierarchie: Hauptsatz

$$\mathbf{REG} \subset \mathbf{CF} \subset \mathbf{CS} \subset \mathbf{RE}$$



NL $\not\in$ CF: Shieber 1985

Nebensatzeinbettung im Schweizerdeutschen

- Jan säit das
  mer d'chind em Hans es huus lönd hälfe aastriiche
  wir die Kinder-AKK Hans-DAT das Haus-AKK ließen helfen anstreichen
  $NP_1\ NP_2\ NP_3\ VP_1\ VP_2\ VP_3$ "cross serial dependencies"

- *mer d'chind de Hans es huus lönd hälfe aastriiche
  wir die Kinder-AKK Hans-AKK das Haus-AKK ließen helfen anstreichen

Nebensatzeinbettung im Deutschen

- weil er die Kinder dem Hans das Haus streichen helfen ließ
  $NP_1\ NP_2\ NP_3\ VP_3\ VP_2\ VP_1$ "nested dependencies"

Das Schweizerdeutsche ist keine kontextfreie Sprache!

Abschlusseigenschaften formaler Sprachen

	Typ3	Typ2	Typ1	Typ0
Vereinigung	+	+	+	+
Schnittmenge	+	-	+	+
Komplement	+	-	+	-
Konkatenation	+	+	+	+
Stern von Kleene	+	+	+	+
Schnitt mit regulärer Sprache	+	+	+	+

Vokabular zur Theorie der Entscheidbarkeit

Algorithmus: Eine aus endlich vielen Schritten bestehende Verarbeitungsvorschrift, die, mechanisch angewandt zur Lösung eines Problems führt.

Entscheidbarkeit: Ein Problem ist entscheidbar, wenn ein Algorithmus existiert, der bei Eingabe einer Instantiierung des Problems nach endlich vielen Schritten angibt, ob dieses lösbar ist oder nicht.

Entscheidbarkeitsprobleme

Gegeben: Grammatiken $G = (N, \Sigma, S, P)$, $G' = (N', \Sigma, S', P')$, Wort $w \in \Sigma^*$

Wortproblem Ist w in G ableitbar?

Leerheitsproblem Erzeugt G eine nichtleere Sprache?

Äquivalenzproblem Erzeugen G und G' die gleichen Sprachen $(L(G) = L(G'))$?

Ergebnisse zu Entscheidbarkeitsproblemen

	Typ3	Typ2	Typ1	Typ0
Wortproblem	E	E	E	U
Leerheitsproblem	E	E	U	U
Äquivalenzproblem	E	U	U	U

E steht für entscheidbar

U steht für unentscheidbar

Übung

Überlegen Sie sich, warum das Wort- und das Leerheitsproblem für reguläre Sprachen entscheidbar ist (argumentieren Sie mit endlichen Automaten).

Hausaufgabe

1. Geben Sie zu der kontextfreien Grammatik G einen Kellerautomaten an, der die von der Grammatik erzeugte Sprache akzeptiert. Erklären Sie in Einzelschritten, wie der Automat das Wort acb verarbeitet.
   $G = (\{S, C\}, \{a, b, c\}, S, \{S \rightarrow aSb, S \rightarrow C, C \rightarrow cC, C \rightarrow \varepsilon\})$
2. Arbeiten Sie das Modul Turingmaschinen von der Seite `http://www.xplora.org/downloads/Knoppix/MathePrisma/Start/Module/Turing/index.htm` bis einschließlich dem Abschnitt über Programme (Seite 10/17) durch.